1`HERRAMIENTAS MATEMATICAS PARA LA LOCALIZACION ESPACIAL

La manipulación de piezas llevada a cabo por un robot implica el movimiento espacial de sus extremos.

REPRECENTACION DE LA POBLACION

Para localizar un cuerpo rígido en el espacio es necesario contar con una herramienta que le permita la localización espacial en sus puntos.

SISTEMA CARTECIANO DE REFERENCIA

Normalmente los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre si con un origen definido.

COORDENADAS CARTECIANAS

Si se trabaja en un plano con su sistema coordenado OXY de referencia asociado, un punto a vendrá expresado por los componentes (X,Y) correspondiente a los ejes coordenados del sistema OXY.

COORDENADAS POLARES Y CILINDRICAS

Para un plano, es posible también caracterizar la localización de un punto o vector P Respecto a un sistema de ejes cartesianos de referencia OXY utilizando las denominadas coordenadas polares.

COORDENADAS ESFERICAS

Tambien es posible utilizar coordenadas esféricas para realizar la localización de un vector en un espacio de tres dimensiones.

REPRECENTACION DE LA ORIENTACION

Un punto queda totalmente definido en el espacio a través de los datos de su posición.

COMPOSICIOON DE ROTACIONES

Las matrices de rotación pueden componerse para expresar la aplicación continua de varias rotaciones.

ANGULOS DE EULER

Para la representación de orientación en un espacio tridimensional un matriz de rotaciones es necesario definir nueve elementos.

ANGULOS DE EULER ZXZ

Es una de las representaciones más habituales entre los que realizan los giros sobre ejes previamente girados.

ANGULOS DE EULER ZYZ

Esta otra de las representaciones más habitual entre las que realizan los giros sobre ejes previamente no girados.

ROLL, PITCH AND YAW (Alabeo, Cabeceo y Guiñada)

Se trata de la representación utilizada generalmente en aeronáutica. Es también las más habitual de entre las que se aplica a los giros sobre los ejes del sistema fijo.

MATRICES DE TRANSFORMACION HOMOGENEA

En los epígrafes anteriores se han utilizado distintos métodos estudiados de distintos métodos de representar la posición a la orientación de un sólido en el espacio.

COORDENADAS Y MATRICES HOMOGENEAS

La representación mediante coordenadas homogéneas de la localización de sólidos en un espacio tridimensional se realiza a través de coordenadas de un espacio dimensional.

ROTACION

Supóngase ahora que el sistema O’UVW solo se encuentra rotado con respecto al sistema OXYZ.

SIGNIFICADO GEOMETRICO DE LAS MATRIZES HOMOGENAS

Como ya se ha mencionado, una matriz homogénea sirve para transformar un vector expresado en coordenadas homogéneas con respecto a un sistema O’UVW, a sus expresiones n las coordenadas del sistema de referencia OXYZ.

COMPOSICION DE MATRICES HOMOGENEAS

Esta utilidad de las matrices homogéneas cobra a un más importancia cuando se compone de matrices homogéneas para describirse diversos giros y traslaciones consecutivos sobre un sistema de referencia determinado.

GRAFICOS DE TRANSFORMACION

Es frecuente encontrar situaciones en las que la localización espacial de un objeto o de su sistema de referencia asociado pueda realizarse a través de la composición de diversas transformaciones distintas.

APLICACIÓN DE LOS CUATERNIOS

A continuación, se describe el álgebra de cuaternios y las aplicaciones en las que la utilización de cuaternios supone una ventaja sustancial sobre otros métodos.

ALGEBRA DE CUATERNIOS

Un cuaternio esta formado por cuatro componentes (q0, q1, q2 y q3) que representan las coordenadas del cuaternio en una base {e,i,j,k}.

CUATERNIO CONJUGADO

A todo cuaternio Q se le puede asociar su conjugado Q\*, en el que se mantiene el signo de la parte escalar y se invierte el de la vectorial.

OPERACIONES ALGEBRAICAS

Se definen tres operaciones algebraicas sobre los cuaternios: Producto, Suma y Producto con un escalar.

RELACION Y COMPOSICION ENTRE LOS DISTINTOS METODOS DE LOCALIZACION ESPACIAL

En los epígrafes anteriores se han explicado una serie de métodos para poder realizar la localización espacial de un solido y de su sistema de referencia asociado.

COMPARACION DE METODOS DE LOCALIZACION ESPACIAL

En un principio todos los métodos expresado son equivalente pero dependiendo del uso que se le vaya hacer, será más adecuado emplear un procedimiento u otro.

MATRIZ DE TRANSFORMACION HOMOGENEA

Sus principales ventajas residen en su capacidad de representación conjunta de posición y orientación y en la comodidad con la que se puede realizar la comparación de transformaciones correspondientes.

ANGULOS DE EULER

Los Ángulos de Euler en cualquiera de sus modalidades solo son capaces de representar orientación, y aunque permiten una notación compacta, son difíciles de manejar para la composición de rotaciones y para su aplicación sobre un vector.

PAR DE ROTACION

El par de rotación solo sirve para representación de orientaciones, es compacto, pues únicamente usa 4 parámetros para la definición de orientación de un sistema respecto a otro.

CUATERNIOS

El cuaternio como tal solo es capaz de representar la orientación relativa de un sistema O’UVW con respecto a otro a través del uso de cuatro componentes.

RELACION ENTRE LOS DISTINTOS METODOS DE LOCALIZACION ESPACIAL

Ya que los métodos vistos para la representación espacial son equivalentes, es decir, expresan lo mismo de forma distinta, deberán existir un modo de pasar de un tipo de representación a otro.

ANGULOS DE EULER: MATRIZ DE TRANSFORMACION HOMOGENEA

Ya que se ha mencionado en varias ocasiones que los ángulos de Euler solo son capaces de realizar una representación de la orientación.